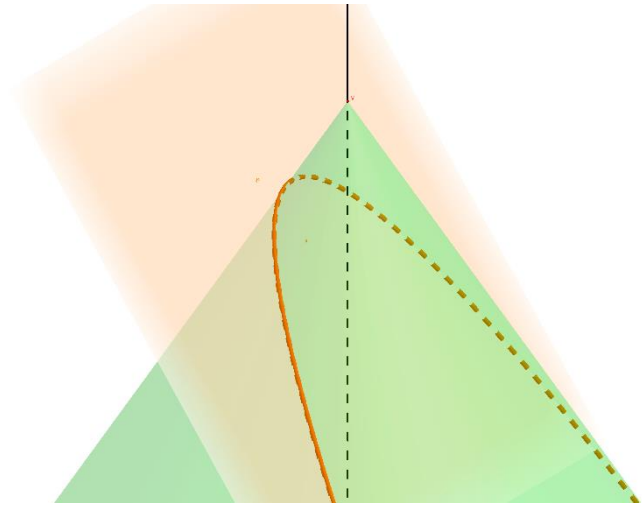
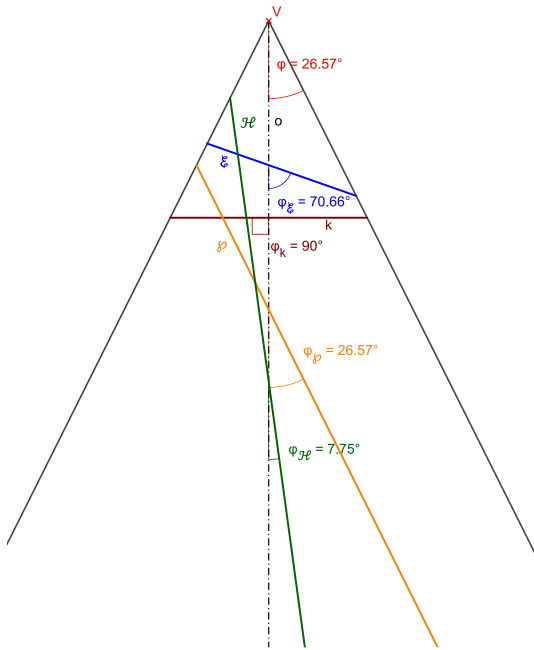


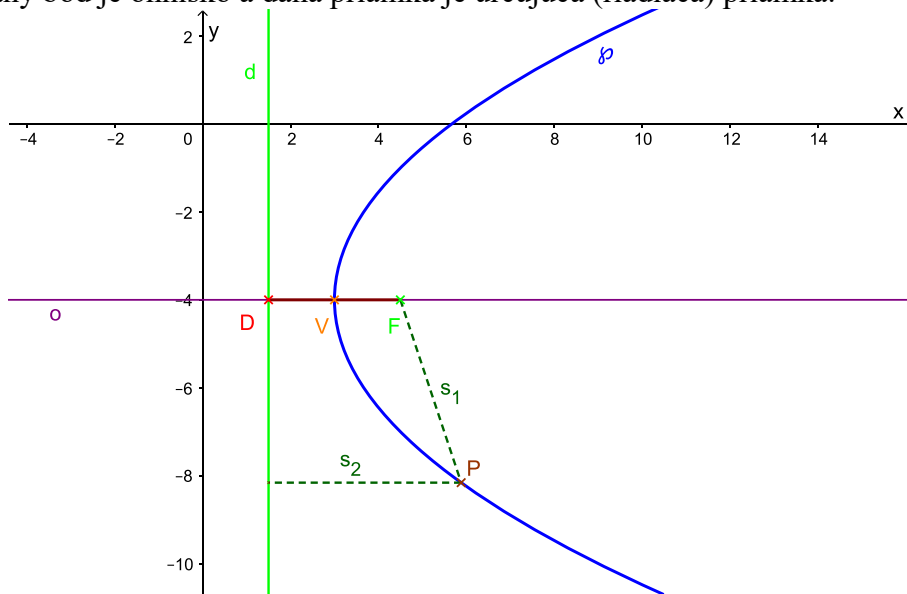
# Parabola

analytická geometria: kvadratický útvar, krivka druhého stupňa

euklidovská geometria: kužeľosečka (priemik kužeľovej plochy s rovinu) – rovina je rovnobežná s jednou stranou kužeľa



**D. Parabola** je množina bodov v rovine, ktoré sú od vopred daného bodu a danej priamky v rovnakej vzdialenosti. Ten daný bod je ohnisko a daná priamka je určujúca (riadiaca) priamka.



V – vrchol  $\wp$ :  $V \in \wp$

F – ohnisko  $\wp$

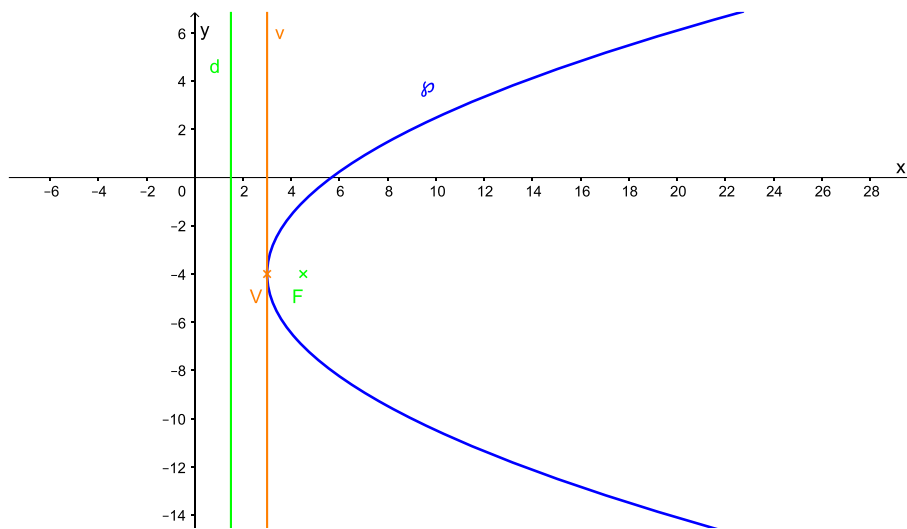
d – určujúca (riadiaca) priamka  $\wp$ , direktrix

o – os  $\wp$ :  $F \in o$

$|Fd| = p$  – parameter  $\wp$

$o \perp d$

$s_1; s_2$  – sprievodiče bodu P



$\varphi: V(u; v); p$  – vrcholová rovnica paraboly:

$$\varphi: (x - u)^2 = \pm 2p(y - v)$$

$$\varphi: (y - v)^2 = \pm 2p(x - u)$$

$$o \parallel y \text{ (stojatá } \varphi): +2p \Rightarrow \cup; -2p \Rightarrow \cap$$

$$o \parallel x \text{ (ležatá } \varphi): +2p \Rightarrow \subset; -2p \Rightarrow \supset$$

odstránime zátvorky, preniesieme všetko na jednu stranu, usporiadame  $\rightarrow$  všeobecná rovnica paraboly:

$$\varphi: A \cdot x^2 + B \cdot y^2 + C \cdot x + D \cdot y + E = 0 \quad A; B; C; D; E \in \mathbb{R}$$

podmienka:  $A \cdot B = 0 \wedge A + B \neq 0$  (presne jedna z hodnôt A a B je nulová)

parametrická rovnica paraboly:

$$\varphi: x = pt^2 + u$$

$$y = 2pt + v$$

$$\varphi: x = 2pt + u$$

$$y = pt^2 + v$$

ohnisko a určujúca priamka:

$$o \parallel y: \quad F\left(u; v \pm \frac{p}{2}\right)$$

$$d: y = v \mp \frac{p}{2}$$

$$o \parallel x: \quad F\left(u \pm \frac{p}{2}; v\right)$$

$$d: x = u \mp \frac{p}{2}$$

príklad:

Napíšte všeobecnú rovnicu paraboly, ktorá má vrchol  $V(3; -5)$  a ohnisko  $F(-1; -5)$ .

naoľko ohnisko leží naľavo od bodu V, ide o ležatú parabolú so záporným znamienkom pred  $p$   
vzdialenosť  $|VF|$  je polovica parametra:

$$|VF| = |-1 - 3| = 4$$

$$p = 8$$

$$\varphi: (y - (-5))^2 = -2 \cdot 8(x - 3)$$

$$(y + 5)^2 = -16(x - 3)$$

$$y^2 + 10y + 25 = -16x + 48 \quad /+16x - 48$$

$$\varphi: y^2 + 16x + 10y - 23 = 0$$

Napíšte všeobecnú rovnicu paraboly, ktorá má vrchol  $V(1; 3)$ , parameter  $p = 2$  a os rovnobežnú s osou  $y$ .

$$\varphi: (x - 1)^2 = \pm 2 \cdot 2(y - 3)$$

$$(x - 1)^2 = \pm 4(y - 3)$$

$$x^2 - 2x + 1 = \pm 4y \mp 12 \quad / \mp 4y \pm 12$$

$$\varphi_1: x^2 - 2x - 4y + 13 = 0$$

$$\varphi_2: x^2 - 2x + 4y - 11 = 0$$

Vypočítajte súradnice vrcholu V a ohniska F paraboly a napíšte rovnicu určujúcej priamky:

$$a, \varphi: x^2 + 10x + 12y - 23 = 0$$

$$b, \varphi: 2y^2 - 6x + 9y + 10 = 0$$

$$a, \quad \varphi: 2x^2 + 20x + 24y - 46 = 0 \quad /-24y + 46$$

separujeme – na jednu stranu súradnica kvadratická a lineárna, na druhú druhá súradnica a číslo

$$2x^2 + 20x = -24y + 46$$

vyjmeme koeficient kvadratického člena

$$2(x^2 + 10x) = -24y + 46$$

doplníme ľavú stranu na úplný štvorec (na druhú mocninu dvojčlena)

$$2(x^2 + 10x + 5^2) = -24y + 46 + 2 \cdot 5^2$$

$$2(x + 5)^2 = -24y + 46 + 50$$

zlúčime čísla na pravej strane a potom vyjmeme koeficient lineárneho člena

$$2(x + 5)^2 = -24y + 96$$

$$2(x + 5)^2 = -24(y - 4) \quad /:2$$

vydelíme s číslom z ľavej strany spred zátvorky

$$(x + 5)^2 = -12(y - 4)$$

$$V(-5; 4) \quad p = 6$$

zátvorka s x-om je umocnená  $\Rightarrow$  o  $\parallel$  y (stojatá parabola)

na pravej strane číslo pred zátvorkou je záporné  $\Rightarrow$  parabola s ramenami dole (F je pod V)

$$F(-5; 4 - 3) = (-5; 1)$$

$$D(-5; 4 + 3) = (-5; 7) \Rightarrow d: x = 7$$

$$b, \quad 2y^2 - 6x + 9y + 10 = 0 \quad /+6x - 10$$

$$2y^2 + 9y = 6x - 10$$

$$2\left(y^2 + \frac{9}{2}y\right) = 6x - 10$$

$$2\left(y^2 + \frac{9}{2}y + \left(\frac{9}{4}\right)^2\right) = 6x - 10 + 2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2$$

$$2\left(y + \frac{9}{4}\right)^2 = 6x - 10 + 2 \cdot \frac{81}{16}$$

$$2\left(y + \frac{9}{4}\right)^2 = 6x - 10 + \frac{81}{8}$$

$$2\left(y + \frac{9}{4}\right)^2 = 6x + \frac{1}{8}$$

$$2\left(y + \frac{9}{4}\right)^2 = 6\left(x + \frac{1}{48}\right) \quad /:2$$

$$\left(y + \frac{9}{4}\right)^2 = 3\left(x + \frac{1}{48}\right)$$

$$V\left(-\frac{1}{48}; -\frac{9}{4}\right) \quad p = \frac{3}{2}$$

zátvorka s y-om je umocnená  $\Rightarrow$  o  $\parallel$  x (ležatá parabola)

na pravej strane číslo pred zátvorkou je kladné  $\Rightarrow$  parabola s ramenami doprava (F je napravo od V)

$$F\left(-\frac{1}{48} + \frac{3}{4}; -\frac{9}{4}\right) = \left(\frac{35}{48}; -\frac{9}{4}\right)$$

$$D\left(-\frac{1}{48} - \frac{3}{4}; -\frac{9}{4}\right) = \left(-\frac{37}{48}; -\frac{9}{4}\right) \Rightarrow d: x = -\frac{37}{48}$$